

# Lại bàn về CHIỀU DÀI CHỊU NÉN CỦA CỌC

KSCC. ĐẶNG QUANG LIÊN

Hội Cảng – Đường thủy – Thềm lục địa Việt Nam

## 1. KHÁI NIỆM

Khi giải bài toán kết cấu móng cọc, trong quá trình xây dựng hệ phương trình chính tắc theo phương pháp biến vị, không tránh khỏi việc xác định các đặc trưng của đầu cọc ứng với các chuyển vị theo các hướng. Một trong các chuyển bị đó là chuyển vị theo hướng dọc trục của cọc; hay thường gọi là độ lún của cọc.

Quan hệ giữa tải trọng tác dụng dọc trục với độ lún của cọc trong đất nền là một bài toán phức tạp. Để đơn giản trong khi lập phương trình chính tắc, người ta đã đưa ra một khái niệm về một chiều dài ảo: “chiều dài chịu nén- $L_n$ ”.

Theo định nghĩa, chiều dài chịu nén  $L_n$  là chiều dài của một thanh cọc, sao cho khi có tải trọng  $P$  tác dụng tại đỉnh cọc theo hướng tim cọc, thì độ lún ở đỉnh cọc bằng độ lún của cọc thực đã đóng vào trong nền đất.

Trong thực tế, vì việc xác định độ lún của cọc trong nền đất rất phức tạp và đa dạng, do đó việc xác định chiều dài chịu nén của cọc cũng rất đa dạng.

## 2. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH CHIỀU DÀI CỌC CHỊU NÉN

### 2.1 Phương pháp tính toán

#### 2.1.1 Theo lý thuyết nền biến dạng tuyến tính

Để tính toán độ lún đầu cọc, người ta tính riêng 3 thành phần của độ lún; bao gồm độ lún đoạn cọc không ngập đất ( $s_o$ ), độ lún của đoạn cọc ngập đất ( $s_s$ ) và độ lún ở mũi cọc ( $s_m$ ).

- Độ lún  $s_o$

Theo sức bền vật liệu, ta có:

$$s_o = m \cdot P \cdot L_o \quad (2.1.1)$$

Trong đó:

$$m = \frac{1}{EF}$$

- $m$  là độ mềm của cọc;
- $E$  là mô đun đàn hồi vật liệu cọc;
- $F$  là diện tích tiết diện cọc;
- $L_o$  là chiều dài đoạn cọc không ngập đất;
- $P$  là tải trọng tác dụng trên đầu cọc.

Như vậy, chiều dài chịu nén của đoạn cọc này chính là  $L_o$ .

- Độ lún  $s_s$

Khi đã biết tải trọng trên đầu cọc và phân bố của lực ma sát quanh thân cọc thì độ co ép của đoạn cọc ngập đất có thể tính được theo:

$$S_s = \int_0^{L_s} (P - F_z) m dz$$

$$S_s = \frac{P.L_s}{E.F} - \frac{1}{E.F} \int F_z . dz$$

$$S_s = \frac{P.L_s}{E.F} - \frac{\phi_z}{E.F} \quad (2.1.2.a)$$

Trong đó:

- U là chu vi cọc;
- $F_z$  là tổng lực ma sát quanh thân cọc tính từ mặt đất đến độ z;
- $L_s$  là chiều dài đoạn cọc ngập đất;

-  $\Phi(z) = \int_0^z F_z dz$  là một hàm số phụ thuộc vào sự phân bố của ma sát quanh thân cọc; và gián tiếp phụ thuộc vào P;

Khi đã biết được  $F_z$  thì dễ dàng thực hiện được tích phân (2.1.2.a).

Thông thường, phân bố ma sát quanh thân cọc có 3 dạng đơn giản:

- a) Phân bố tam giác ngược
- b) Phân bố đều
- c) Phân bố tam giác

Sơ đồ phân bố ma sát của 3 dạng trên được minh họa trên hình 01

Với 3 loại phân bố này, khi là cọc ma sát 100%, có thể chứng minh được độ lún của riêng đoạn nằm trong đất  $L_s$  sẽ là:

Với sơ đồ a:  $s_s = \frac{P.L_s}{3E.F}$

Với sơ đồ b:  $s_s = \frac{P.L_s}{2E.F}$

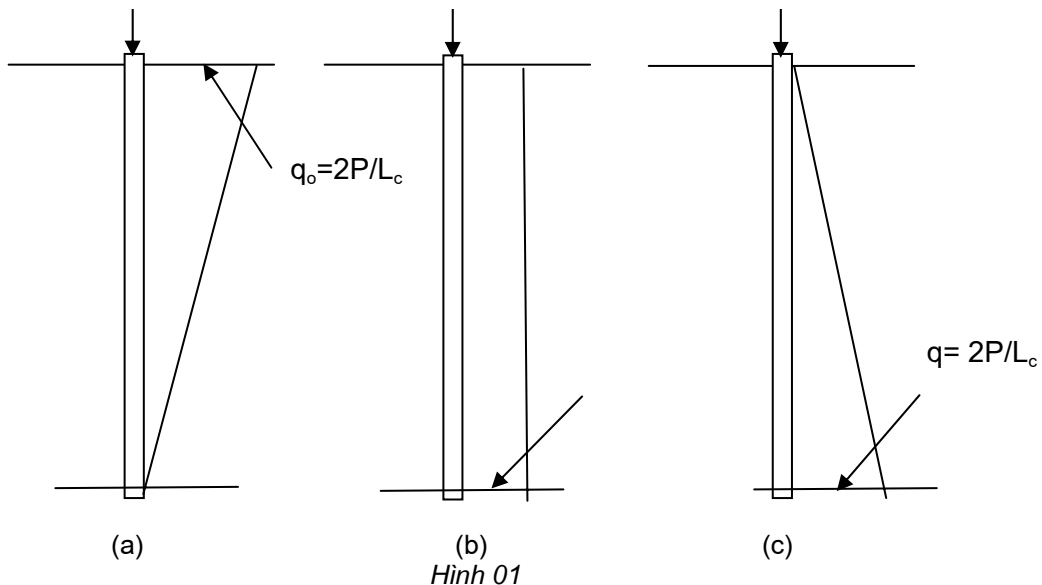
Với sơ đồ c:  $s_s = \frac{2P.L_s}{3E.F}$

Như vậy, chiều dài chịu nén của đoạn cọc này sẽ là:

Với sơ đồ a:  $L_{st} = \frac{L_s}{3}$

Với sơ đồ b:  $L_{st} = \frac{L_s}{2}$

Với sơ đồ c:  $L_{st} = \frac{2.L_s}{3} \quad (2.1.2.b)$



• Độ lún  $s_m$

Độ lún mũi cọc do hai thành phần cấu thành; độ lún do phản lực mũi cọc và độ lún do ma sát quanh thân cọc.

Trường hợp cọc ma sát hoàn toàn

Trong trường hợp cọc ma sát 100%, với các sơ đồ ma sát quanh thân cọc như trên hình 01 là những trường hợp đơn giản nhất. Tuy vậy, vẫn chưa có lời giải về độ lún tương ứng ở mũi cọc.

Để có thể xác định được độ lún ở mũi cọc có thể thực hiện trình tự tính toán sau:

– **Bước 1**

Trước hết, tìm phân bố ứng suất trên trục thẳng đứng đi qua một điểm cách tim cọc  $r$ , bắt đầu từ độ sâu  $z = L_c$  đến độ sâu  $z$  cần thiết; Để thực hiện bước này, có thể lợi dụng

lời giải của Geddes (1969) được trích giới thiệu trong (\*\* Foundation Analysis and Design của Joseph E Bowles). Các công thức này cùng với bảng tính sẵn trong sách đã được người đọc tính toán kiểm tra. Rất phù hợp !

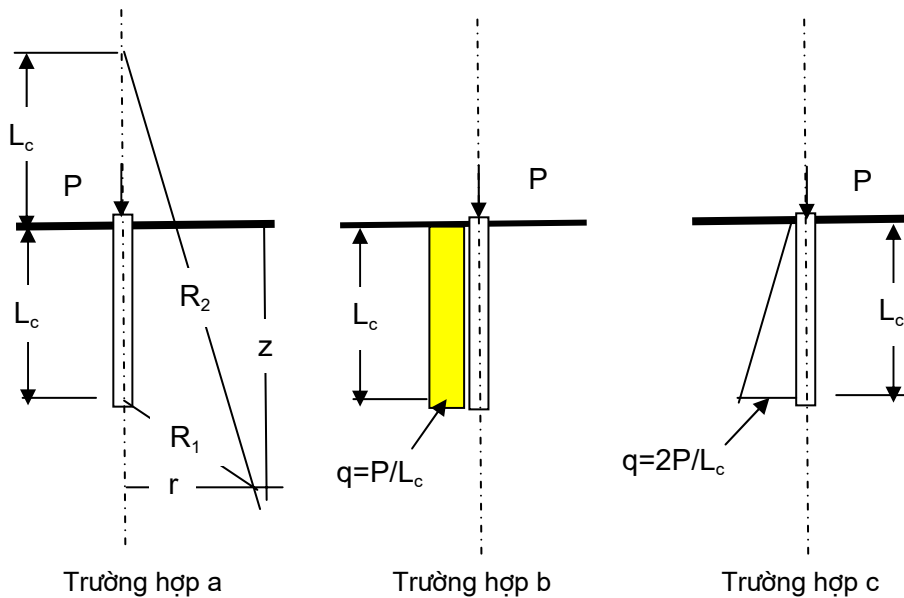
Các trường hợp xây dựng công thức như trong hình 02 dưới đây.

Ứng suất thẳng đứng trong nền đất được xác định theo:

$$\sigma_z = \frac{P}{L_c^2} K_z$$

Trong đó:

- $L_c$  là chiều dài cọc
- $K_z$  được xác định tùy theo sơ đồ của ma sát:



Hình 02

+ Trường hợp ma sát phân bố đều theo sơ đồ (b) hình 02:

$$K_{zb} = \frac{1}{8\pi(1-\mu)} \left[ -\frac{2(2-\mu)}{A} + \frac{2(2-\mu) + 2(1-2\mu) \cdot \frac{m}{n} \left(\frac{m}{n} + \frac{1}{n}\right)}{B} \right. \\ \left. - \frac{(1-2\mu)2\left(\frac{m}{n}\right)^2}{F} + \frac{n^2}{A^2} + \frac{4m^2 - 4(1+\mu)\left(\frac{m}{n}\right)^2 m^2}{F^3} + \frac{4m(1+\mu)(m+1)\left(\frac{m}{n} + \frac{1}{n}\right)^2 - (4m^2 + n^2)}{B^3} \right. \\ \left. + \frac{6m^2 \left(\frac{m^4 - n^4}{n^2}\right)}{F^5} + \frac{6m(m.n^2 - \frac{1}{n^2}(m+1)^5)}{B^5} \right]$$

Trong đó:

$$n = \frac{r}{L_c}; m = \frac{z}{L_c}; F = n^2 + m^2;$$

$$A^2 = n^2 + (m-1)^2; B^2 = n^2 + (m+1)^2$$

Xem EXL cùng tên trong Trước tác

+ Trường hợp ma sát phân bố tam giác theo sơ đồ (c) hình 02:

$$K_{zc} = \frac{1}{4\pi(1-\mu)} \left[ \frac{-2(2-\mu)}{A} + \frac{2(2-\mu)(4m+1) - 2(1-2\mu)\left(\frac{m}{n}\right)^2(m+1)}{B} \right. \\ \left. + \frac{2(1-2\mu)\frac{m^3}{n^2} - 8(2-\mu)m}{F} + \frac{mn^2 + (m-1)^3}{A^3} \right. \\ \left. + \frac{4\mu m^2 m + 4m^3 - 15n^2 m - 2(5+2\mu)\left(\frac{m}{n}\right)^2(m+1)^3 + (m+1)^3}{B^3} \right. \\ \left. + \frac{2(7-2\mu)m.n^2 - 6m^3 + 2(5+2\mu)\left(\frac{m}{n}\right)^2 m^3}{F^3} \right. \\ \left. + \frac{6m.n^2(n^2 - m^2) + 12\left(\frac{m}{n}\right)^2(m+1)^5}{B^5} - \frac{12\left(\frac{m}{n}\right)^2 m^5 + 6m.n^2(n^2 - m^2)}{F^5} \right. \\ \left. - 2(2-\mu)Ln\left(\frac{A+m-1}{F+m} \cdot \frac{B+m+1}{F+m}\right) \right]$$

+ Với trường hợp ma sát phân bố tam giác ngược

Lúc này, kết hợp sơ đồ b và sơ đồ c sẽ cho kết quả là sơ đồ a

Trường hợp cọc chống

Trường hợp lực tác dụng ở mũi cọc, hệ số ứng suất thẳng đứng được xác định bằng:

$$K_{za} = \frac{1}{8\pi(1-\mu)} \left[ -\frac{(1-2\mu)(m-1)}{A^3} + \frac{(1-2\mu)(m-1)}{B^3} - \frac{3(m-1)^3}{A^5} - \frac{3(3-4\mu)m(m+1)^2 - 3(m+1)(5m-1)}{B^5} - \frac{30m(m+1)^3}{B^7} \right]$$

Các ký hiệu vẫn như các trường hợp cọc ma sát.

+ Lưu ý: Trường hợp ma sát phân bố không có quy luật trên chiều dài cọc thì nên chia cọc thành từng phân đoạn có chiều dài  $\Delta L$ , trên đó ma sát có thể xem là phân bố đều, tổng lực ma sát trên đoạn cọc đó là  $\Delta P \times \Delta L$ .

Trong đó:  $\Delta L = L_{c2} - L_{c1}$  thì:

Tổng tải trọng trên cọc  $L_{c1}$  và  $L_{c2}$  sẽ là:

$$P_{L1} = L_{c1} \times \Delta P$$

$$P_{L2} = L_{c2} \times \Delta P$$

Do đó:

$$\sigma_z = \frac{L_{c2} \cdot \Delta P}{L_{c2}^2} K_{z2} - \frac{L_{c1} \cdot \Delta P}{L_{c1}^2} K_{1z} \quad (A)$$

$$= \frac{\Delta P}{L_{c2}} \cdot K_{z2} - \frac{\Delta P}{L_{c1}} K_{1z}$$

$$= \Delta P \left( \frac{1}{L_{c2}} \cdot K_{z2} - \frac{1}{L_{c1}} \cdot K_{1z} \right) \quad (B)$$

Công thức (B) nên được sử dụng trong trường hợp tính toán này.

Thứ nguyên các đại lượng trong công thức:

-  $\Delta P$  : t/m;

-  $L_c$  : m;

-  $\sigma_z$  : t/m<sup>2</sup>.

**Ví dụ: Thử kiểm tra kết quả tính toán**

Ví dụ 1

Cọc có d ngoài 0.80 m, dài  $L_c = 20$  m, tổng lực ma sát 200 T. Tìm ứng suất phương thẳng đứng tại độ sâu  $z = 22$  m, cách tim cọc  $r = 0.80$  m. Giả thiết  $\mu = 0.3$ .

Với ví dụ này, có  $n = r/L_c = 0.8/20 = 0.04$ ;  $m = z/L_c = 22/20 = 1.1$ . Tra bảng  $K_{zb} = -1.7072$ . Tính theo công thức được  $K_z = -1.7073$ . Do đó:

$$\sigma_z = \frac{200}{L^2} \times 1.7073 = 0.86365 \text{ t/m}^2$$

Ví dụ 2

Khi chia cọc thành 10 đoạn; mỗi đoạn có  $P = 20$  T. Chiều dài từng cọc và tải trọng trên các cọc tương ứng sẽ là:

TTcọc	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ch/dài cọc	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
P trên cọc	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200

Lần lượt tính  $\sigma_z$  cho các cọc.

Với cọc 1 thì tính trực tiếp với P là tổng ma sát trong phạm vi 2.0 m.

Với đoạn cọc số 2; phải lấy tổng ma sát đoạn 2 và đoạn 1 đều bằng cường độ ma sát trong đoạn 2. Hay nói cách khác phải xem cọc 2 và cọc 1 đều có cùng cường độ ma sát. Sau khi có  $K_{z2}$  và  $K_{z1}$  thì tính ứng suất do đoạn thứ hai theo công thức đã nêu ở trên. Lưu ý, P phải là của đoạn 2.

## CẢNG - ĐƯỜNG THỦY

Cọc	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
L	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
AP	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	
P	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	
n	0.4	0.2	0.13333	0.1	0.08	0.066667	0.05714	0.05	0.04444	0.04	
m	11	5.5	3.66667	2.75	2.2	1.833333	1.57143	1.375	1.22222	1.1	
Kz	-0.0041	-0.0168	-0.03932	-0.07348	-0.12292	-0.19459	-0.30272	-0.48031	-0.82149	-1.70732	
pz	-0.0204	-0.042	-0.06553	-0.09185	-0.12292	-0.16216	-0.21623	-0.3002	-0.45638	-0.85366	
	-0.0204	-0.0217	-0.02348	-0.02632	-0.03107	-0.03923	-0.05407	-0.08397	-0.15619	-0.39727	-0.85366

### Ví dụ 3

Cũng cọc nói trên; tại đoạn số 7 có tổng lực ma sát là  $P_7=40T$ ; tức  $\Delta P = 40/2.0 = 20$  t/m. Tìm ứng suất do  $P_7$  gây ra tại  $r = 0.8$  và  $z = 22$  m.

Với cọc dài đến đoạn số 6;  $L_6 = 6 \times 2 = 12$  m,  $n = 0.8/12 = 0.06667$ ;  $m = 22/12 = 1.8333$ ;  $P_6 = L_{c6} \times \Delta P = 12 \times 20 = 240$  T; tính  $K_{6z} = -0.1945$ , do đó:

$$\sigma_{6z} = -0.1945 \times 240 / 12^2 = -0.324 \text{ t/m}^2$$

Với cọc dài đến đoạn 7;  $L_7 = 7 \times 2 = 14$  m,  $n = 0.8/14 = 0.05714$ ;  $m = 22/14 = 1.5714$ ;  $P_7 = 14 \times 20 = 280$  T; tính được  $K_{7z} = -0.3027$ , do đó  $\sigma_{7z} = -0.3027 \times 280 / 14^2 = -0.432 \text{ t/m}^2$ .

Ứng suất do  $P_7$  gây ra tại điểm tính toán, theo công thức (A) là:

$$\Delta \sigma_{z7} = -0.432 - (-0.324) = -0.108 \text{ t/m}^2.$$

Nếu tính theo công thức (B) thì:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{z7} &= 20 \left[ \frac{1}{14} \times (-0.3027) - \frac{1}{12} \times (-0.1945) \right] \\ &= -0.108 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

### Ví dụ tổng hợp

Một cọc bê tông cốt thép UST,  $d = 0.8$  m, dài 38 m, đóng vào trong nền đất dính. Các chỉ tiêu của các lớp đất dưới như sau:

Độ sệt của lớp đất số 8,  $B = 0.21$ ; Các chỉ tiêu nén lún như sau:

p	0.5	1	2	4
a	0.044	0.032	0.021	0.008
ao	0.02179	0.01585	0.010401	0.003962

p, kg/cm <sup>2</sup>	1	4	
de	0.981	0.944	0.037
Log P	0	0.60206	0.60206
Cc			0.06146
Cc'			0.03044

Trọng lượng đơn vị của đất phía trên mũi cọc:  $1.54 \text{ t/m}^3$ ;

Trọng lượng đơn vị đất của lớp đất dưới mũi cọc:  $1.8 \text{ t/m}^3$

Lớp đất có khả năng ép lún dưới mũi cọc dày 14 m.

Tổng tải trọng tác dụng trên đỉnh cọc,  $P = 250$  T, trong đó thành phần ma sát 220 T, giả thiết phân bố đều dọc cọc; phản lực mũi cọc 30 T.

Trọng lượng đất bình quân ở độ sâu tìm lớp đất mũi cọc xấp xỉ 7 kg/cm<sup>2</sup>.

Ứng suất thẳng đứng được lấy tại đường thẳng đứng đi qua điểm r = # bán kính cọc (tức r = 0,20 m).

Với giả thiết ma sát phân bố đều, ứng suất  $\sigma_{vz}$ , do 220 T ma sát gây ra từ độ sâu mũi cọc đến đáy lớp đất chịu nén được tính theo công thức sơ đồ b; kết quả ghi trong bảng dưới.

Độ lún trung bình trong từng độ sâu 2 m được tính theo:

$$\Delta S \text{ (cm)} = Cc' \cdot 200 \cdot \text{Log} \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_{ov}} \right)$$

Tính lún do lực ma sát:

Z, m	$\sigma_{ov}$ , t/m <sup>2</sup>	$\sigma_{vz}$ , t/m <sup>2</sup>	$\sigma_p$ , t/m <sup>2</sup>	$\text{Log} \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_{ov}} \right)$	S, cm
39	60.06	1.083491	61.14349	0.007765	0.047271
41	63.68	0.369743	64.04974	0.002514	0.015307
43	67.3	0.221018	67.52102	0.001424	0.008668
45	70.92	0.156775	71.07677	0.000959	0.005838
47	74.54	0.120889	74.66089	0.000704	0.004284
49	78.16	0.097945	78.25795	0.000544	0.003311
51	81.78	0.081995	81.86199	0.000435	0.002649

Tổng cộng lún do ma sát là 0.04 cm.

Tính lún do phản lực mũi cọc

Z, m	$\sigma_{ov}$ , t/m <sup>2</sup>	$\sigma_{vz}$ , t/m <sup>2</sup>	$\sigma_p$ , t/m <sup>2</sup>	$\text{Log} \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_{ov}} \right)$	S, cm
39	60.06	5.283082	65.34308	0.036614	0.222898
41	63.68	0.639402	64.3194	0.004339	0.026414
43	67.3	0.232911	67.53291	0.0015	0.009134
45	70.92	0.119886	71.03989	0.000734	0.004466
47	74.54	0.073205	74.6132	0.000426	0.002595
49	78.16	0.049512	78.20951	0.000275	0.001674
51	81.78	0.035848	81.81585	0.00019	0.001159

Tổng cộng lún do phản lực mũi cọc là 0.045 cm.

Độ lún do co ép thân cọc được chia thành phần, phần do ma sát và phần do phản lực mũi cọc, được tính như sau:

$$S_{ms} = \frac{PL}{2EF} = 0.5843 \text{ cm}$$

$$S_{m,c} = \frac{P_{mc} \cdot L}{EF} = 0.159 \text{ cm}$$

Tổng hợp, độ lún của đỉnh cọc được tập hợp trong bảng sau

E, t/m <sup>2</sup>		3000000		
F, m <sup>2</sup>		0.23845		
ép cọc	Ma sát	0.00584	m 0.584336	cm
	Mũi cọc	0.00159	m 0.159364	cm
Lún mũi	Ma sát		0.040058	cm
	Mũi cọc		0.045442	cm
Tổng cộng			0.82920	cm
Ln				23.726 m

Từ tổng độ lún này, chiều dài chịu nén tương đương là 23.726 m.

**Bước 2**

Tiếp đến, dùng phương pháp phân tầng tổng hợp để xác định độ lún của mũi cọc.

Vì ứng suất trên các đường thẳng đứng đi qua tìm cọc khác với đường thẳng đứng đi qua cạnh cọc và khoảng cách xa hơn; cho nên cần phải tính bình quân ứng suất trên một số đường, sau đó lấy bình quân và tính lún; hoặc nếu có kinh nghiệm thì chọn một tỷ lệ r/D nào đó thích hợp.

Trường hợp cọc chống hoàn toàn

Lúc này không có thành phần ma sát quanh thân cọc; do đó chiều dài cọc ngập đất chính là chiều dài chịu nén thực của đoạn cọc này.

Độ lún ở mũi cọc trong trường hợp này chỉ do lực mũi cọc  $P$  gây ra. ứng suất thẳng đứng do tải trọng này gây ra trong đất nền được xác định theo hệ số  $K_z$ :

$K_z = \dots$  (công thức 18.5 sách (\*\*))

Trường hợp cọc ma sát thông thường

Thông thường, sức chịu lực của cọc bao gồm hai thành phần: ma sát quanh thân cọc  $P_{ms}$  và phản lực mũi cọc  $P_{mc}$ .

Lúc này phải lần lượt tính độ lún do  $P_{ms}$  và độ lún do  $P_{mc}$ ; sau đó tổng hợp lại và sẽ có:

+ Lún mũi cọc do ma sát,  $s_{m,ms}$

$$s_{m,ms} = \xi \cdot P \cdot F_{m,ms}$$

+ Lún mũi cọc do phản lực mũi cọc,  $s_{m,mc}$

$$s_{m,mc} = (1 - \xi) \cdot P \cdot F_{m,mc}$$

+ Tổng độ lún mũi cọc,  $s_m$

$$s_m = s_{m,ms} + s_{m,mc} = [\xi \cdot F_{m,ms} + (1 - \xi) F_{m,mc}] \cdot P$$

$$L_m = s_m \frac{E \cdot F}{P} = E \cdot F \cdot [\xi \cdot F_{m,ms} + (1 - \xi) F_{m,mc}] \quad (2.1.2.c)$$

Trong đó:

- $\xi$  là hệ số tỷ lệ lực ma sát quanh thân cọc so với tổng lực nén trên đỉnh cọc;
- $F_{m,ms}$  và  $F_{m,mc}$  là độ lún đơn vị ở mũi cọc do tổng lực ma sát và phản lực mũi cọc.

Cuối cùng, chiều dài chịu nén của cọc theo phương pháp này là:

$$L_n = L_o + L_{st} + L_m \quad (2.1.2)$$

2.1.2 Theo lý thuyết nền đàn hồi cục bộ

Theo lý thuyết nền đàn hồi cục bộ, độ lún của cọc cũng bao gồm 3 thành phần  $s_o$ ,  $s_{st}$  và  $s_m$ . Với  $s_o$  và  $s_{st}$  được tính toán như lý thuyết nền biến dạng tuyến tính.

Riêng thành phần  $s_m$  thì việc tính toán đơn giản hơn:

$$s_m = \frac{P_m}{F \cdot k} \quad (2.1.3)$$

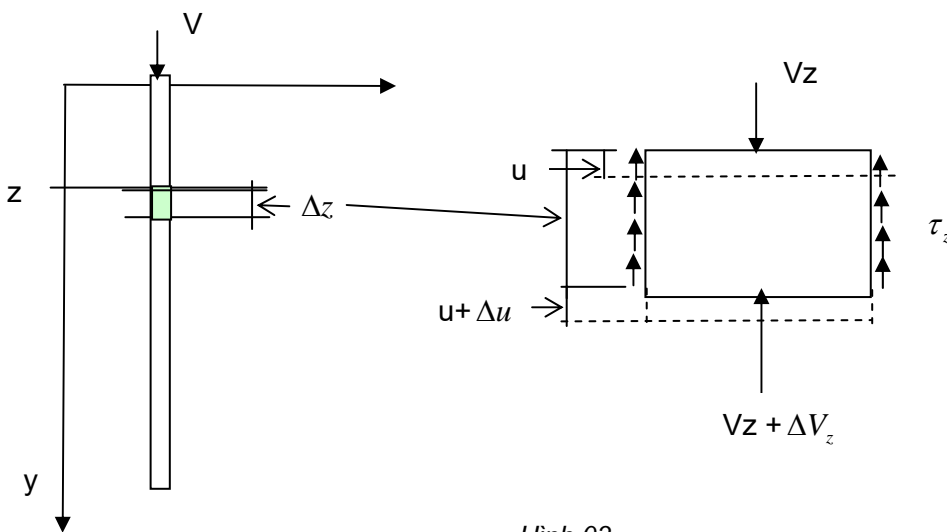
Trong đó:

- $P_m$  là thành phần phản lực ở mũi cọc;
  - $k$  là hệ số nền bình quân vùng mũi cọc.
- Trong phương pháp này cũng còn khó khăn là xác định phản lực ở mũi cọc.

Một nhánh của lý thuyết này là xây dựng phương trình nén lún của cọc dưới tác dụng của lực nén. Dẫn giải phương pháp này như sau.

Hệ trục nghiên cứu được minh họa trên hình 03.

Hướng tải trọng theo chiều trục là dương, ngược lại là âm.



Hình 03



Hợp lực tác dụng trên phân tố nghiên cứu  $\Delta z$  là:

$$Pz = Vz - (Vz + \Delta V_z) - C \cdot \tau_z \cdot \Delta z$$

ứng suất trên phân tố nghiên cứu sẽ là:

$$\sigma_z = \frac{P_z}{F}$$

Gọi  $u$  là độ lún tại  $z$  của phân tố nghiên cứu là  $u_z$ , độ lún tại  $z + \Delta z$  là  $u_{z+\Delta z} = u + \Delta u$ . Độ lún chênh lệch tại hai độ sâu đang xét là:

$$u_{z+\Delta z} - u_z = (u + \Delta u) - u = \Delta u$$

Nguồn gốc của độ lún chênh lệch này là do co ép của phân tố  $\Delta z$ , có thể xác định theo định luật Húc như sau:

$$\Delta u = \frac{\sigma_z}{E} \times \Delta z$$

$$\frac{\Delta u}{\Delta z} = - \frac{\Delta V_z + C \cdot \tau_z \cdot \Delta z}{EF}$$

$$\frac{\Delta u}{\Delta z} + \frac{C \cdot \tau_z}{EF} \cdot \Delta z + \frac{\Delta V_z}{EF} = 0$$

$$\frac{\Delta u}{\Delta z \cdot \Delta z} + \frac{C \cdot \tau_z}{EF} + \frac{1}{EF} \cdot \frac{\Delta V_z}{\Delta z} = 0$$

Khi bề dày phân tố tiến tới 0, sẽ có:

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + \frac{C \cdot \tau_z}{EF} + \frac{1}{EF} \cdot \frac{dV}{dz} = 0$$

Khi  $V$  không thay đổi theo độ sâu, sẽ có:

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + \frac{C}{EF} \cdot \tau_z = 0$$

Thông thường, cường độ chống cắt quanh thân cọc cũng chính là lực ma sát quanh thân cọc; được xem là tỷ lệ với vị dịch tương đối giữa đất là cọc, tức là:

$$\tau_z = G_z \cdot u$$

Đặt:

$$E_s(z) = C \cdot G_z$$

Phương trình sẽ có dạng:

$$EF \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} + E_s(z) \cdot u = 0 \quad (A.1)$$

Trong đó:

- $C$  là chu vi cọc;
- $G_{z,s}$  là mô đun chống cắt của đất quanh cọc tại độ sâu  $z$ ;
- $E$  là mô đun đàn hồi vật liệu cọc;

-  $E_{z,s}$  là mô đun đàn hồi đất tại độ sâu  $z$ ;

-  $F$  là diện tích tiết diện cọc.

-  $E_s(z)$  là độ cứng của đầu cọc.

Trong điều kiện tiết diện cọc cọc không thay đổi theo độ sâu và mô đun đàn hồi của đất cũng không thay đổi theo độ sâu thì lời giải của phương trình (A.1) sẽ là:

$$u = \frac{V_o T_z}{E \cdot F} \left[ C_1 \cosh \frac{z}{T_z} - \sinh \frac{z}{T_z} \right]$$

Trong đó:

$V_o$  là tải trọng nén ở đầu cọc;

$$T_z = E \cdot F / E_s(z)$$

$C_1$  là hằng số tích phân, tùy thuộc vào điều kiện của mũi cọc. Có 3 trường hợp:

a. Trường hợp 1

Khi là cọc ma sát hoàn toàn, tại độ sâu  $z = L$  phản lực mũi cọc  $Q = 0$ ; sẽ có:

$$C_1 = \frac{\cosh \frac{L}{T_z}}{\sinh \frac{L}{T_z}} = \frac{\cosh Z_{\max}}{\sinh Z_{\max}}$$

b. Trường hợp 2

Khi mũi cọc không lún, từ tại  $z = L$ , có  $u = 0$ ; sẽ có:

$$C_1 = \frac{\sinh Z_{\max}}{\cosh Z_{\max}}$$

c. Trường hợp 3

Tại mũi cọc có lún đàn hồi, tức tại  $z=L$  có  $Q = K_l \cdot u_l$  thì:

$$C_1 = \frac{\cosh Z_{\max} + r \sinh Z_{\max}}{\sinh Z_{\max} + r \cosh Z_{\max}}$$

Trong đó:

$K_l$  là độ cứng đàn hồi tại mũi cọc;

$$r = \frac{K_l}{E_{l,s} T_z} \quad Z_{\max} = L / T_z$$

**Độ cứng chống cắt của đất nền (hay là mô đun chống cắt G) quanh cọc**

(Xem Theoretical Manual for pile Foundation của Reed L.Mosher và William P.Dawkins – tháng 11-2000 tủ sách của **US Army Corps of Engineers** Engineer Research and Development Center)

**Nền đất cát**

**Theo Mosher**

Cường độ ma sát  $f$  quanh cọc liên quan độ lún cọc  $w$  được Mosher đưa ra (1984) như sau:

$$f = \frac{w}{\frac{1}{k_f} + \frac{w}{f_{\max}}}$$

$k_f$  chính là tang góc tiếp tuyến của đường cong  $f-w$  ở trên, được Mosher đưa ra như sau:

Góc nội ma sát đất nền (độ)	$k_f$ (psf/in)
28~31	6,000-10,000
32~34	10,000-14,000
35~38	14,000-18,000

$f_{\max}$  được cho trên đồ thị số 4 sách đã dẫn.

**Theo Kraft, Ray và Kagawa (1981)**

Theo các tác giả này, hệ thống đất-cọc được xem là đối xứng trục, đất đồng nhất và đàn tính trung bình.

Họ giả thiết rằng ứng suất cắt quanh cọc suy giảm theo quan hệ:

$$\tau = f.R/r$$

Trong đó:

- $\tau$  là ứng suất cắt trong đất tại điểm cách tim cọc  $r$ ;
- $f$  là ma sát giữa đất và mặt bên cọc;
- $R$  là bán kính cọc.

Khi bỏ qua biến dạng hướng bán kính, ứng biến cắt tại một điểm trong đất nền có thể viết:

$$\gamma = \frac{dw}{dr} = \frac{\tau}{G} = \frac{fR}{r.G}$$

Trong đó  $G$  là mô đun đàn hồi chống cắt của đất.

Do vậy, vị dịch của đất tại mặt bên cọc có thể tìm được bằng tích phân:

$$w = \frac{fR}{G} \int_R^{r_m} \frac{dr}{r} = \frac{fR}{G} \ln\left(\frac{r_m}{R}\right) \text{ (a)}$$

Trong đó:

- $w$  là vị dịch của cọc;
- $r_m$  là bán kính giới hạn biến vị của đất.  
Theo Randolph và Wroth thì:

$$r_m = 2.L.\rho.(1-\mu) \text{ (b)}$$

Trong đó:

- $L$  là chiều dài ngập đất của cọc;
- $\mu$  là hệ số poisson của đất;
- $\rho$  là một hệ số, xét thêm tính đồng nhất của đất theo độ sâu đóng cọc; thường được lấy bằng  $G_m/G_i$ ; ở đây  $G_m$  là mô đun chống cắt của đất ở trung điểm chiều dài cọc,  $G_i$  là mô đun chống cắt của đất tại mũi cọc.

Đưa (b) vào (a), được:

$$w = \frac{fR}{G} \ln\left[\frac{2L\rho(1-\mu)}{R}\right] \text{ (c)}$$

Quan hệ (c) chỉ phù hợp khi độ lún rất bé.

Tuy nhiên, theo người đọc thì trong trạng thái chịu lực thông thường, ngoại lực bé thua khả năng chịu lực của cọc rất nhiều thì quan hệ trên là có thể dùng được.

Trong sách trích dẫn đã đưa ra nhiều quan hệ phức tạp hơn

**Nền đất sét**

**Theo Kraft, Ray, Kagawa** thì quan hệ họ đưa ra có thể phù hợp với cả đất sét.

**Theo Coyle và Reese (1966)**

Tổng hợp số liệu nén hiện trường và nén cọc mô hình, họ tổng kết quan hệ  $f/f_{\max}$  thành 3 dạng đường cong ( hình 11 trong sách đã dẫn).

Với cọc  $L > 6$  m thì  $f/f_{\max} = 1.0$  là đạt cực đại khi  $w = 0.07$  inch;

$L = 3\sim 6$  m,  $f/f_{\max} = 0.84$  là đạt cực đại khi  $w = 0.14$  inch;

$L < 3$  m,  $f/f_{\max} = 0.53$  là đạt cực đại khi  $w = 0,14$  inch.

$f_{\max}$  có quan hệ với cường độ cắt không thoát nước của đất ( hình 12)

**Theo Heydinger và O'Neill (1986)**

Hai tác giả này đưa ra đường cong  $f-w$  phức tạp hơn nhiều. Họ yêu cầu xác định mô đun đàn hồi  $E$  mẫu đất không thoát nước, song tốc độ ứng biến phải chậm. Theo họ,  $E$  bằng khoảng 1200 ~ 1500 lần cường độ cắt không thoát nước.(Xem công thức (22) và hình 15).

**Quan hệ lún và áp suất tại mũi cọc Đất cát**

**Theo Mosher (1984)**

$$q/q_{\max} = (4w)^{1/n}$$

Với cát chặt,  $n = 4$ ; cát chặt trung bình,  $n=3$ ; với cát rời,  $n = 2$ .

$q_{\max}$  tra đồ thị hình 17.

**Theo Kraft, Ray và Kagawa (1981)**

$$w = \frac{2Rq(1-\mu^2)}{E} l_1$$

Trong đó:

- $w$  là lún mũi cọc,
- $R$  là bán kính cắt ngang mũi cọc;
- $q$  là áp lực tại mũi cọc;
- $E$  là mô đun chống cắt đàn hồi đất ngang mũi cọc, nơi có  $q$ ;
- $l_1$  là hệ số điều chỉnh do chiều dài cọc, thay đổi từ 0.5 với cọc dài đến 0.78 với cọc rất ngắn.

**Theo Vijayvergiya (1977)**

Vijayvergiya cũng đưa ra quan hệ tương tự Mosher:

$$q/q_{\max} = (w/w_c)^{1/3}$$

Trong đó  $w_c$  là độ lún giới hạn mũi cọc lấy bằng 3 ~ 9% đường kính cọc tại mũi tiếp nhận phản lực. Tác giả lấy chỉ số mũ 1/3 song cũng đề nghị điều chỉnh theo độ chặt của đất.

**Với đất sét**

**Theo Aschenbrener và Oison (1984)**

Theo tác giả này, khi độ lún mũi cọc nhỏ thua 1% đường kính cọc ở mũi thì quan hệ  $q/q_{\max}$  là tuyến tính, khi lún lớn hơn thì  $q = q_{\max}$ .

$$q_{\max} = Su \times Nc$$

Trong đó:

- $Su$  là cường độ cắt không thoát nước;
- $Nc$  là hệ số sức chịu tải của đất ở mũi cọc, thường từ 0 ~ 20; song lấy theo phổ biến là 9.

**Theo Vijayvergiya**

Tác giả này lấy như trong nền cát, lấy  $q_{\max}$  như Oison, song không chỉ rõ  $Nc$  lấy thế nào.

**Ví dụ tính toán**

Cọc ống BTCT UST, đường kính ngoài 0.7 m, đường kính trong 0.48 m; đóng ngập đất 38 m; chịu tải trọng nén thẳng đứng 250 T.

Độ cứng của đất nền mũi cọc  $K_1 = 46,154$  t/m.

Xác định độ lún của đỉnh cọc.

Lời giải

$$EF = 3000000 \times 0.2039 = 611700T;$$

Theo nghiên cứu của Coyle và Reese (1966), với độ sâu lớn hơn 6 m, cường độ ma sát đạt đến cực đại  $f_{\max}$  khi độ lún đạt khoảng 1.52 mm.

Như vậy, cường độ ma sát quanh cọc  $f$  ( hay là  $\tau$  ) có thể xác định theo:

$$f = f_{\max}/0.00152 \times u = 3280 \times f_{\max} \times u$$

Với đất nền trong vùng nghiên,  $f_{\max} = 6$  t/m<sup>2</sup>

Như vậy, sẽ có:

$$G_z = 3280 \times 6 = 19680 \text{ t/m}^2$$

Và:

$$E_s(z) = 3.1416 \times 0.7 \times 19680 = 43279 \text{ t/m}$$

$$T_z = 611700/43279 = 14.13 ;$$

$$Z_{\max} = 38 / 14.13 = 2.689;$$

$$r = 46154/(43279 \times 14.13) = 0.07547$$

$$C_1 = 1.00797$$

Như vậy, độ lún đỉnh cọc sẽ là:

$$u_o = 250 \times 14.13 / 611700 \times 1.00797$$

$$= 0.0058 \text{ m} = 5.8 \text{ mm}$$

So sánh với kết quả thử nén tĩnh cọc PV Shipyard trong bảng dưới đây có thể thấy được sai lệch không lớn.

Cọc thử	Trường hợp 1		Trường hợp 2	
	V (T)	S (mm)	V (T)	S (mm)
CT10	144	2.30	252	6.59
CT06	144	2.82	252	4.92
CT04	144	2.35	252	6.35
CT11	144	3.21	253	8.06
Bình quân	144	<b>2.69</b>	253	<b>6.48</b>

## 2.2 Phương pháp kinh nghiệm

### 2.2.1 Theo 22 TCN 207- 92

Tiêu chuẩn thiết kế công trình Bến cảng biển đã cho phép xác định độ mềm đầu cọc  $C$  bằng quan hệ:

$$C = \frac{1}{\rho N} \quad (2.2.1)$$

Trong đó:

## CẢNG - ĐƯỜNG THỦY

- N là khả năng chịu lực cực hạn của cọc theo đất nền, T;
- $\rho$  là hệ số, bằng 400, đơn vị là 1/m

Với quy định này, độ lún của phần cọc nằm trong đất (bao gồm cả lún ở mũi cọc), dưới tác dụng của tải trọng P sẽ là:

$$s = P.C = \frac{P}{\rho N} \quad (*)$$

Giả thiết rằng một chiều dài cọc  $L_{ns}$ , dưới tác dụng của tải trọng P, sao cho thoả mãn:

$$\frac{P.L_{ns}}{E.F} = s = \frac{P}{\rho N} \quad (**)$$

thì có thể tìm được:

$$L_{sn} = \frac{E.F}{\rho N} \quad (2.2.2)$$

### 2.2.2 Theo Sổ tay thiết kế Cảng Trung Quốc

ở Trung Quốc, độ mềm của đầu cọc cũng được tính theo (2.2.1) song hệ số  $\rho$  được lấy từ 120 đến 180.

### 2.2.3 Theo Đặng Quang Liên

Trong bài “Xác định độ lún của cọc đơn” tác giả đã đưa ra một phương pháp xác định độ lún của cọc đơn  $s_c$ , ứng với các cấp tải trọng P tác dụng trên đỉnh cọc. Tư độ lún này có thể suy ra chiều dài chịu nén của cọc theo công thức:

$$L_n = \frac{EF}{P} \times s_c$$

### 2.2.4 Theo Lê Đức Thắng

Một dạng công thức kinh nghiệm khác, chiều dài chịu nén của cọc ma sát được xác định theo:

$$L_n = L_o + L_s + \frac{k_F E.F}{C_h \cdot F_m} \quad (2.2.3)$$

Trong đó:

- $k_F$  là hệ số, lấy bằng 0.2d;
- d là đường kính cọc;
- $C_h$  là hệ số nền ở mũi cọc;
- $F_m$  là diện tích tiết diện ở mũi cọc.

## 2.3 Phương pháp thí nghiệm

### 2.3.1 Thí nghiệm nén tĩnh dọc cọc

Khi có thí nghiệm nén tĩnh cọc ở hiện trường; đặc biệt là khi có nén với nhiều chu kỳ, có độ lún  $\Delta s$  tương ứng với  $\Delta P$  dễ dàng xác định được độ mềm của cọc là:

$$C = \frac{\Delta s}{\Delta P}$$

Dưới tác dụng của tải trọng P, độ lún của phần cọc ngập đất sẽ là:

$$s = P.C = P \cdot \frac{\Delta s}{\Delta P}$$

Sử dụng khái niệm trong (\*\*), sẽ có:

$$\frac{P.L_{ns}}{E.F} = s = P \cdot \frac{\Delta s}{\Delta P}$$

do đó:

$$L_{ns} = \frac{\Delta s}{\Delta P} \cdot E.F \quad (2.3.1)$$

### 2.3.2 Thí nghiệm động biến dạng lớn

Kỹ thuật thí nghiệm đóng động biến dạng lớn có khả năng đưa ra đường quan hệ Tải trọng - độ lún đỉnh cọc/ độ lún ở mũi cọc v.v...

Sử dụng quan hệ này, cũng có thể xác định được chiều dài chịu nén của phần cọc ngập đất như đã thực hiện đối với kết quả thí nghiệm nén tĩnh ở trên.

## 3 NHẬN XÉT

### 3.1 Đi tìm nguồn gốc của (2.2.2)

Thực tế thì các công thức kinh nghiệm (2.2.2) đều xuất phát từ đường quan hệ Lún - Tải trọng trong kết quả thí nghiệm nén tĩnh dọc trục cọc đóng trong đất nền.

Rất nhiều số liệu thí nghiệm hiện trường cho thấy, khi tải trọng nén cọc không vượt quá 50% khả năng chịu lực cực hạn của cọc thì quan hệ giữa P và s là gần với đường thẳng. Với độ chính xác công trình xây dựng, cho phép xem quan hệ này là đường thẳng. Do đó độ nghiêng của đường quan hệ sẽ là:

$$s = C \cdot P$$

hay là :  $P = s / C$

Mặt khác, với một số loại đất nào đấy người ta cũng phát hiện rằng khi P bằng 50% khả năng chịu lực cực hạn N của cọc thì độ lún khi nén cọc sẽ là một trị số  $s^*$  nào đó.

Điều này dẫn đến quan hệ:

$$0.5 N = s^*$$

Như vậy, nếu gọi C là độ mềm đầu cọc thì sẽ có:

$$C = \frac{s^*}{0.5.N} = \frac{1}{\frac{0.5}{s^*}.N}$$

Nếu  $s^* = 0.00125$  m thì  $\frac{0.5}{0.00125} = 400$ ; và do đó:

$$C = \frac{1}{400.N}$$

Đây chính là xuất xứ của (2.2.2).

Nếu  $s^* = 0.004$  m thì

$$C = \frac{1}{120.N} \text{ (Số tay TQ)}$$

Nếu  $s^* = 0.0026$  m thì

$$C = \frac{1}{180.N} \text{ (Số tay TQ)}$$

Nếu  $s^* = 0.005$  m thì  $C = \frac{1}{100.N}$  (3.1)

$s^* = 0.005$  m là số liệu mà người viết bài này rút ra từ nhiều kết quả thử tính cọc vùng Hải Phòng trong những năm 60 thế kỷ 20.

Từ các số liệu về độ mềm cọc C ở trên cho thấy, chiều dài chịu nén của cọc tính theo phương pháp này phụ thuộc:

- Loại đất;
- Kích thước cọc;
- Tải trọng tác dụng thực tế trên đỉnh cọc.

### 3.2 Độ lệch nhau giữa các phương pháp tính $L_n$ theo kinh nghiệm

Một điều rất dễ thấy là, nếu sử dụng (2.2.2) thì kết quả sẽ cho chiều dài chịu nén ngắn hơn khi sử dụng (3.1).

Ví dụ, với cọc bê tông cốt thép M400, tiết diện 0.4x0.4 m, dài 25 m; đóng vào đất nền với khả năng chịu lực cực hạn 150 tấn thì chiều dài chịu nén  $L_n$  sẽ bằng:

$(3.10^{-6} \times 0.16) / (400 \times 150) = 8.0$  m khi tính theo (2.2.2) và bằng 32 m khi tính theo (3.1).

Cùng ví dụ trên, nếu tính theo (2.2.3) thì sẽ có:

$$L_n = 25 + 0.2 \times 0.4 \times (3.10^{-6} \times 0.16) / (12.500 \times 0.16) = 25 + 0.08 \times 300 / 2.5 = 35 \text{ m.}$$

Trong đó  $C_n = 25 \times 2 \times 500 \text{ t/m}^4 = 25.000 \text{ T/m}^3$ .

Nhiều ví dụ thực tế khác cũng cho sự chênh lệch khá lớn giữa các công thức khác nhau. Điều này cũng thật dễ hiểu, vì chiều dài chịu nén của cọc vốn là một đại lượng phụ thuộc rất nhiều yếu tố.

### 3.3 Ảnh hưởng của $L_n$ đối với nội lực trong cọc

Sự khác nhau về  $L_n$  dẫn đến sự khác nhau về mức độ biến vị của gối cọc; do đó sẽ ảnh hưởng lớn đến nội lực trong kết cấu phần trên của móng, đặc biệt là mô-men trong cấu kiện.

Người viết đã có số liệu đối chiếu kết quả tính toán trong nhiều công trình thực tế.

Ví dụ gần đây nhất là dầm đường trượt của đà tàu 7 vạo tấn ở nhà máy đóng tàu N.T. Ban đầu chiều dài chịu nén được xác định là 7 m; sau khi xem xét lại, chiều dài chịu nén là 25 m. Kết quả, mô men trong dầm đã từ 830 T.m vượt lên đến 1400 T.m.

Tài liệu tham khảo

1. J.E.Bowles - Foundation Analysis and Design
2. Lê Ngọc Thịnh - Tính toán móng các SHXD - 1998
3. Tiêu chuẩn thiết kế công trình bôn công biển 22 TCN 207 - 92
4. US Army Corps of Engineers - Theoretical Manual for Pile Foundation